

Teknikproblem



Det finns flera matematiska problem som har förblivit olösta ända sedan antiken. Ett av dem är problemet med vinkelns tredelning. Svensk-amerikanske ingenjören Carl Wern närmade sig problemet på praktisk väg.

Ingenjören löser komplicerade

Flera av matematikens klassiska problem formulerades redan under antiken. Några är lösta sedan länge medan andra ännu inte har fått en tillfredsställande lösning. Ett exempel på ett olöst problem är det om vinkelns tredelning.

Problemet om vinkelns tredelning går ut på att – som namnet förtäljer – dela en vinkel i tre lika delar. Att dela en vinkel i tre lika delar är i sig inte så svårt. Utmaningen ligger i verktygen som får användas – enbart en passare och en omärkt linjal är tillåtna.

Den svensk-amerikanske ingenjören Carl Wern, numera bosatt i Småland, presenterade förra året sin rittekniska lösning på vinkelns tredelning. I dag är han 96 år gammal och många av de åren har ägnats åt matematiken.

Matematik har varit mitt bästa ämne sedan jag gick i skolan, redan från första klass. Jag fick mitt intresse för teknik från min far som var arkitekt och byggmästare i USA. Han hade utvandrat från Småland men återvände till hemstaden Eksjö och lärde mig där att rita hus med tusch, skriver Carl Wern i ett mejl till NY Teknik.

Intresset för matematik och teknik gjorde att Carl Wern valde att utbilda sig till ingenjör inom värme, vatten och sanitet (VVS).



Carl Wern.

– Stockholms Tekniska Institut var den i särklass bästa skolan inom VVS. Utbildningen som ingenjör var då två och ett halvt år på dagskolan. Jag tentade in hösten 1947 och blev godkänd. Jag gick sedan ett år i dagskolan och läste in på sommaren för att fullfölja, sedan ett år på aftonskolan. Ingenjör blev jag våren 1949, skriver han.

Karriären som ingenjör ledde Carl Wern 1951 till USA. Där arbetade han på företaget Robert E. Hattis Incorporated. Detta ledde senare tillbaka till Sverige 1961 och vd-position i Stockholm när bolaget fick projektansvar för VVS och elinstallationer vid byggandet av Ähléns city i början av 1960-talet. 1966 utvecklade Carl Wern

en cirkulär räknesticka i samarbete med sina två bröder, även de ingenjörer, George och Lars. Räknestickan togs fram med hjälp av programmeringsspråket Algol (förkortning av Algorithmic Language). Den löste ett problem med tidigare stickor. De likställdes sådana multiplikationer som 1400×3 och 140×3 med $1,4 \times 3$ – alla blir 4,2 och decimaltecknet måste flyttas i efterhand.

– Åtskilliga produktexemplar kom att hamna på General Motors och på Boeing i USA via mina äldre bröder Kenneth och Roy samt på Ericsson i Sverige via min yngre bröder Lars, skriver Carl Wern. Åter då till det antika problemet med vinkelns tredelning. 1837 bevisade matematikern

Pierre Wantzel på teoretisk väg att problemet inte går att lösa i det allmänna fallet. De verktyg som finns till hands omöjliggör helt enkelt en perfekt tredelning av valfria vinklar. Carl Werns lösning går inte emot Wantzels bevis eftersom den inte är helt exakt utan erbjuder ett rittekniskt lösningsalternativ. – Med det allmänna fallet menas alltså att klara valfria vinklar. Då är tredelningen ett olösligt matematiskt problem om det ska vara en exakt lösning. Men jag ville redovisa vad man kan uppnå rittekniskt så perfekt som det är möjligt. Som en jämförelse kan nämnas att inga räknestickor gav exakta svar, men de var tillräckligt bra. Mitt mål med tredelningen blev att presentera en

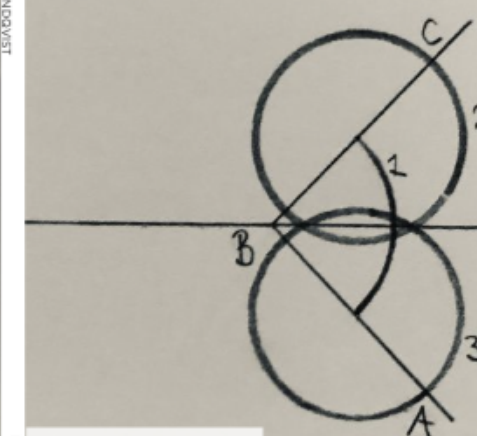


Steg 1: Dela en vinkel i två lika delar

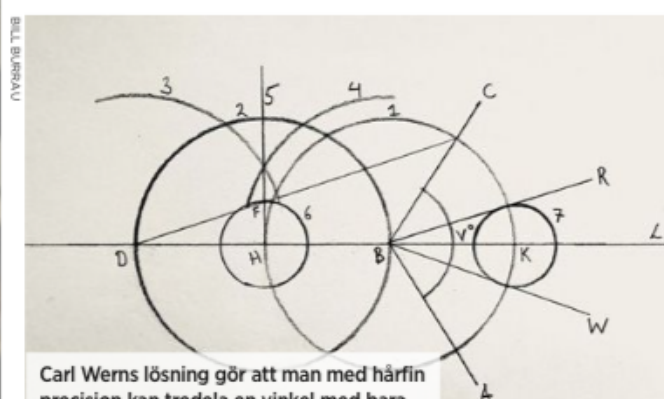
■ För att dela en vinkel i tre delar måste man börja med att dela vinkeln i två med enbart en omärkt linjal och en passare. Detta görs enkelt enligt nedan.

■ Dela vinkeln ABC i två genom att rita en cirkel 1 med passarens centrum i vinkelns spets B. Cirkeln 1 skär sträckan AB och BC i varsin punkt. Rita sedan två nya cirklar 2 och 3 med dessa skärningspunkter som centrum.

■ De två nya cirkelarna skär då varandra i två punkter. Dra ett rakt streck mellan dessa två punkter och vinkelns spets B – du har nu delat vinkeln i två lika delar.



En vinkel delas enkelt i två med bara passare och omärkt linjal.



Carl Werns lösning gör att man med härfin precision kan tredela en vinkel med bara passare och omärkt linjal.

Steg 2: Så här delas vinkeln i tre

1. Börja med att rita upp en vinkel ABC. I den tillhörande bilden är vinkeln ungefär 115° .
2. Dela vinkeln i två på känt vis och dra en rak linje L genom vinkeln.
3. Efter detta ritas cirkelarna 1 och 2, två cirklar med samma radie runt punkterna B och H. Cirkel 1 skär L i punkterna H och K medan cirkel 2 skär L i punkterna D och B.
4. Rita sedan cirkelbågar 3 och 4 från punkterna D och B.
5. Dra sedan det raka strecket 5 genom punkten H samt skärningspunkten mellan cirkelbågar 3 och 4.
6. Dra ett rakt streck 6 mellan skärningspunkten för cirkel 1 och sträckan CB till punkten D. Streck 6 skär strecket 5 i punkten F.
7. Rita cirkel 7 från H med radien HF.
8. Rita sedan en lika stor cirkel 8 kring punkten K. Cirkeln 8 och cirkeln 1 skär varandra i två punkter och från dessa kan sträckorna RB och WB konstrueras.
9. Rita sträckorna RB och WB.
10. Vinkeln V° har nu delats i tre delar.

Carl Wern, 96-årig svensk-amerikansk ingenjör, i dag bosatt i Eksjö. Han visar hur han går till väga för att dela vinkeln.

problem med pennan

ritteknisk lösning där noggrannheten blir härfin i likhet med svaren på räknestickorna, skriver han.

Carl Werns lösning är alltså en praktisk lösning som delar vilken vinkel som helst i tre näst intill identiskt stora delar.

För att dela en vinkel i tre delar måste man börja med att dela vinkeln i två med enbart en omärkt linjal och en passare. Detta görs enkelt enligt nedan.

Dela vinkeln ABC i två genom att rita en cirkel 1 med passarens centrum i vinkelns spets B. Cirkeln 1 skär sträckan AB och BC i varsin punkt. Rita sedan två nya cirklar 2 och 3 med dessa skärningspunkter som centrum. De två nya cirkelarna skär då varandra i två punkter. Dra



Räknestickan IWA 1638 (här inramad) belönades med en guldmedalj vid uppfinnarmässan i Bryssel 1966. I dag finns ett exemplar på Smithsonian Institution i USA.

ett rakt streck mellan dessa två punkter och vinkelns spets B – du har nu delat vinkeln i två lika delar. En mer utförlig lösning med möjlighet att dubbla noggrannheten presenteras på Carl Werns

hemsida. Där finns också en metod som ökar noggrannheten för vinklar över 120 grader. Om du inte har tillgång till passare och omärkt linjal kan du testa att tredela olika vinklar med hjälp av en animering gjord av den tyske matematikern Reinhard Atzbach.

Mats Boij är professor i matematik vid KTH och känner väl till problemet med vinkelns tredelning. För honom ligger dock inte det matematiska intresset i själva problemet.

– Det som är intressant med det här problemet ur matematisk synvinkel är allt som det har lett fram till när man försökt lösa det. Den matematik som utvecklades för att kunna bevisa att det inte går

att lösa med problemformuleringens förutsättningar är i sig väldigt intressant. Själva problemet har gett upphov till matematik som är intressantare än problemet självt, säger Mats Boij.

Även andra matematiska problem har lett fram till användbara och intressanta matematik. – Ett annat väldigt känt exempel är Fermats stora sats som formulerades på 1600-talet. Det var många som arbetade med det problemet under flera hundra år och till slut lyckades Andrew Wiles formulera ett bevis på 1990-talet. Även om

problemet var sporren för arbetet är de saker Wiles har med i sitt bevis väldigt generella och kan användas i flera olika sammanhang, säger Mats Boij.

Överlag tycker Mats Boij att problem som dessa kan vara värda att kolla på och försöka lösa, men att man inte ska ha alltför stora förhoppningar. – Det kan vara stimulerande att ha ett problem som en morot, någonting att jobba mot. Men man ska samtidigt ha respekt för att det ofta har gjorts väldigt mycket och att man kanske inte kommer komma på något revolutionerande, säger Mats Boij.



Mats Boij.